УДК 621.3.

Олійник О.Ю., Тараненко Ю.К.

РОЗРОБКА АНАЛІТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ І ОПТИМІЗАЦІЇ Віброакустичного навантаження трубопроводів технологічних апаратів

ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет», м. Дніпро, Україна

Стаття присвячена розробці аналітичної мщделі для розрахунку і оптимізації віброакустичного навантаження трубопроводів технологічних апаратів. Відхилення параметрів геометрії трубопроводу від ідеальних і неоднорідність матеріалу впливають на віброакустичне навантаження технологічних апаратів. Існуючі чисельні алгоритми розрахунків частот і форм коливань технологічних трубопроводів, які використовують для оцінювання основної частоти коливальної системи не враховують динамічні характеристики. Точність частоти коливань визначення віброакустичного навантаження залежить від вибору форми коливань, яку іноді важко заздалегідь передбачити. Практичні завдання вимагають виконання розрахункових робіт з необхідною точністю. Відсутність точного метода розрахунку частот і форм коливань трубопроводів, який би враховував тип кріплення та розташування опір, проектувальники змушені адаптувати існуючі підходи та моделі розрахунків до конкретних вимірювальних умов. Тому на практиці застосовують спрощені і наближені методи розрахунку. При наявності зосереджених мас і в разі врахування розсіювання енергії у місцях закріплення трубопроводів алгоритми розрахунку стають більш трудомісткими. В деяких випадках можливість математичної трактування завдання стає здійсненною лише за умови введення в розрахунок деяких спрощень. Запропонована аналітична модель розрахунку частот і форм коливань віброакустичного навантаження базується на методі Крилова. Визначення власних форм і частот коливань трубопроводу здійснюється інтеграцією вихідного диференціального рівняння вільних поперечних коливань для різних типів закріплення кінців. Наведені результати програмної реалізації моделі в програмному середовищі Python.

Ключові слова: віброчастотний метод контролю, частота, форма коливань, функції Крилова.

DOI: 10.32434/2521-6406-2019-5-1-54-62

Введення

В технологічному обладнанні (тепломасообмінні апарати, апарати зануреного горіння, кавітаційні теплогенератори та ін.) можуть виникати сильні нелінійні коливання, які можуть істотно інтенсифікувати технологічні процеси (підвищувати теплонапруженність топкових камер (як це відбувається в камерах вібраційного горіння), покращувати тепло- і масообмін, знижувати гідравлічний опір) [1]. З іншого боку нелінійні коливання можуть призвести до неконтрольованого збільшення місцевих коефіцієнтів тепловіддачі, механічних і теплових напруг, що може призводити до руйнування еле-

© Олійник О.Ю., Тараненко Ю.К., 2019

Oliynyk O., Taranenko Y.

ментів конструкцій [2]. Крім того, можлива ситуація, коли зворотний зв'язок між коливаннями параметрів газу і тепломасопідводом, і, таким чином, коливання можуть ставати самозбуджуваними [3].

Дослідження нелінійних коливань і процесів у апаратах, що відбуваються під впливом таких складних коливань, становить значні математичні труднощі. Тому актуальною є розробка методики контролю та досліджень резонансних нелінійних коливань, що виникають в більш простих системах, зокрема, в трубопроводах.

Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Джерела коливань трубопроводів мають різне походження, наприклад, в роботі [4] детально досліджений параметричний резонанс трубопроводів, який являє собою зростаючі коливання близько хитке становище рівноваги. Однак найбільш поширеним джерелом коливань трубопроводів є звичайний резонанс, коли частота збурюючих коливань наближається до частоти власних коливань системи. У загальному випадку взаємодія трубопроводу з внутрішнім потоком рідини носить двосторонній характер: пульсації внутрішнього потоку рідини викликають динамічні деформації трубопроводу, а динамічні деформації трубопроводу можуть стати причиною пульсацій потоку в гідросистемі, частиною якої є трубопровід.

Для ефективного контролю необхідний точний розрахунок частот і форм коливань ділянок трубопроводу між кріпленнями з урахуванням їх розташування і жорсткості (піддатливості), що дозволить контролювати місця максимальних напружень і відповідно здійснювати ліквідацію аварійних ситуацій, що особливо важливо при перекачування легкозаймистих і сильно токсичних рідин.

Проблемою достовірного контролю є те, що визначення частот і форм коливань здійснюється наближеними методами [5–6] без урахування жорсткості (піддатливості) закріплень і їх розташування, що знижує ефективність контролю внаслідок трудомістких, а іноді і помилкових визначень місць максимальних напружень на ділянках трубопроводів.

Існуючі чисельні алгоритми розрахунків частот і форм коливань трубопроводів використовують класичну теорію коливань, метод Фур'є, метод Д'Аламбера, варіаційні методи Релея, Рітца та ін.

Відомий метод Релея застосовується головним чином для оцінки основної частоти коливальної системи, однак, інші її динамічні характеристики залишаються нерозкритими. Точність частоти коливань залежить від вибору форми коливань, яку іноді важко заздалегідь передбачити [7].

Метод Рітца є подальшим розвитком методу Релея і заснований на варіаційному принципі Гамільтона. Він дозволяє звести розрахунок системи з розподіленою масою до розрахунку більш простої системи з кінцевим числом ступенів свободи [8].

Широко відомі наближені методи визна-

чення власних частот і форм коливань трубопроводів. Основним недоліком подібних методів, що призводить часом до значних кількісних похібок розрахунку, є спрощення, прийняті при обліку крайових умов (геометричних і динамічних умов, що накладають обмеження на свободу переміщення кінців трубопроводу, а також на вигинаючий момент і поперечну силу).

Відхилення параметрів геометрії трубопроводу при експлуатації від і неоднорідність матеріалу впливають на розподіл віброакустичних навантажень. Існуючі чисельні алгоритми розрахунків частот і форм коливань трубопроводів, що використовують для оцінювання основної частоти коливальної системи не враховують динамічні характеристики, зміну густини та в'язкості рідини в середині трубопроводу. Точність частоти коливань трубопроводу також залежить від вибору форми коливань, яку іноді важко заздалегідь передбачити. Практичні завдання вимагають виконання розрахункових робіт з необхідною точністю. Відсутність аналітичного методу визначення частот і форм коливань трубопроводу, який би враховував тип кріплення та розташування опір, змушує проектувальників адаптувати існуючі підходи та моделі розрахунків до конкретних вимірювальних умов.

Тому актуальною науково-прикладною задачею є розробка аналітичної моделі розрахунку частот і форм коливань трубопроводів з урахуванням жорсткості (піддатливості) опор і їх розташування. Застосування такої моделі дозволить підвищити точність методу контролю якості технологічного процесу та суттєво спростить задачу проектування та адаптації існуючого приладного парку віброчастотних датчиків до конкретних вимірювальних задач.

Ціль та задачі дослідження

Метою даної роботи є розробка аналітичної моделі для розрахунку частот і форм коливань трубопроводу з урахуванням жорсткості (піддатливості) опор і їх розташування. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

– розробити математичну модель аналітичного методу розрахунку частот і форм коливань трубопроводу за рахунок застосування точного спрощення основних рівнянь резонансних коливань з урахуванням жорсткості (піддатливості) опор і їх розташування;

 виконати розрахунок частоти і форми коливань трубопроводу для різних умов закріплення;

виконати аналіз результатів розрахунків

Development of an analytical model for calculating and optimizing vibroacoustic loading of technological equipment pipelines

шляхом порівняння з результатами відомих методів та оцінити точність отриманої моделі.

Розробка аналітичної моделі розрахунку віброакустичного навантаження технологічного трубопроводу

Запишемо рівняння власних коливань ділянки трубопроводу у вигляді [9]:

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = -\frac{m}{EJ_z} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \,. \tag{1}$$

У рівнянні (1) функція коливань у(x,t) відраховується від положення осьової лінії трубопроводу при його статичному рівновазі (без урахування прогину від власної ваги).

Застосовуючи метод Фур'є (метод поділу змінних) [4] рішення диференціальних рівнянь в приватних похідних, функцію коливань будемо шукати у вигляді:

$$y(x,t) = Y(x)T(t).$$
 (2)

Підставляючи рішення (2) в рівняння (1) і примножуючи ліву і праву частини рівняння на

$$\frac{EJ}{m} \frac{1}{Y(x)T(t)}, \text{ маємо:}$$

$$\frac{EJ}{m} \frac{1}{Y(x)} \frac{d^4Y(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T(t)} \frac{d^2T(t)}{dt^2}.$$
(3)

Так як функції різних аргументів можуть бути рівні тільки константі, то отримуємо два рівняння:

$$\frac{\mathrm{EJ}_{z}}{\mathrm{m}} \frac{1}{\mathrm{Y}(\mathrm{x})} \frac{\mathrm{d}^{4}\mathrm{Y}(\mathrm{x})}{\mathrm{dx}^{4}} = \omega^{2} \text{ afo}$$

$$\frac{\mathrm{d}^{4}\mathrm{Y}(\mathrm{x})}{\mathrm{dx}^{4}} - \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{EJ}_{z}} \omega^{2}\mathrm{Y}(\mathrm{x}) = 0, \qquad (4)$$

$$-\frac{1}{T(t)}\frac{d^2T(t)}{dt^2} = \omega^2$$
або

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0.$$
 (5)

Рівняння (6) має уявні корені характеристичного рівняння і, отже: $T(t)=asin\omega t+bcos\omega t$, (6) 3 отриманого рішення випливає, що параметр ω визначає частоту власних коливань балки.

Рівняння (4) визначає форму коливань ділянки трубопроводу і називається диференціальним рівняння форми коливань трубопроводу.

При переході до безрозмірного параметра (аргумент) отримаємо:

$$y(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx), \quad (7)$$

де y(x) — відхилення точок осі трубопроводу від рівноважного положення; А, В, С, D — постійні підібрані так, щоб вибрані так щоб для функції y(x) виконувалися умови закріплення кінців; S(kx), BT(kx),CU(kx), DV(kx) — функція Крилова [5]:

$$S(kx)=1/2(chkx+coskx),$$

T(kx)=1/2(shkx+sinkx),
U(kx)=1/2(chkx+coskx),

$$T(kx) = 1/2(shkx+sinkx).$$
(8)

Таблиця 1

Схеми можливих варіантів компоновки трубопроводу на двох і трьох опорах

Номер компонорки	Тип закріплення		
помер компоновки	трубопроводу на опорах		
n=1			
n=2	1		
n=3			
n=4			
n=5			
n=6			
n=7			
n=8			
n=9			
n=10			

Oliynyk O., Taranenko Y.

Розглянемо коливання трубопроводів для чотирьох основних умов закріплення кінців трубопроводу за даними [6]:

— кінець трубопроводу вільний;

жорстке кріплення кінця трубопроводу;

— закріплення кінця трубопроводу в пружній опорі.

Функції Крилова дають змогу записати вираз загального інтеграла, що задовольняє умовам на кінці х=0 і містить тільки дві постійні, які визначаються з умов на іншому кінці х=1 [4]. При наявності проміжної опори вираз для запису форми головного коливання має вигляд (І довжина трубопроводу):

$$y(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx),$$

при 0≤x≤l;

y(x)=AS(kx)+BT(kx)+CU(kx)+DV(kx)++R/k³EI·V(k(x-l)), при $l_1 \le x \le l_1+l_2$. (9)

У табл. 1 наведено схеми всіх можливих варіантів кріплення трубопроводу на двох і трьох опорах урахуванням яких виконано розрахунки за літературними даними [5].

Пропонована класифікація покладена в основу розробленого програмного комплексу з розрахунку власних частот і форм коливань трубопроводу. Алгоритм розрахункової частини програми продемонстровано на прикладі.

1. Завантажуємо робочі модулі та вихідні дані з необхідними розрахунковими співвідношеннями для параметрів ділянки трубопроводу (схема 1).

2. Задаємо функції Крилова використовуючи прийом для їх багаторазового використан-

from scipy.optimizeimport * # Для вирішення чисельним методом				
from numpy import * # для розрахунків				
import matplotlib.pyplot as plt # графіка				
import matplotlib as mpl # графіка				
mpl.rcParams ['font.family'] = 'fantasy' # графіка				
mpl.rcParams ['font.fantasy'] = 'Comic Sans MS, Arial' # графіка				
L1 = 0.5 # довжина ділянки трубопроводу між опорами в м.				
L2 = 1.0 # довжина ділянки трубопроводу між опорами в м.				
L = L1 + L2 # довжина ділянки трубопроводу в м.				
# X = x / L відносна довжина ділянки трубопроводу				
d = 20e-3 # внутрішній діаметр трубопроводу в м.				
dt = 1.5e-3 # товщина стінки трубопроводу в м.				
D = d + 2 * dt # зовнішній діаметр трубопроводу в м.				
Е = 196е9 # модуль Юнга матеріалу в н / м2.				
rm = 7.9e3 # масова щільність матеріалу в кг / м3.				
rg = 1e3 # масова щільність рідини в кг / м3.				
I = (pi / 64) * (D ** 4-d ** 4) # статичний момент інерції труби в М4.				
mg = (pi / 4) * d ** 2 * rg # маса одиниці довжини рідини в кг / м3				
mt = (pi / 4) * (D ** 2-d ** 2) * rm # маса одиниці довжини труби в кг / м3				
т = mg + mt # маса одиниці довжини труби з рідиною в кг / м3				
EJ = E * J # добуток модуля пружності на статичний момент інерції в н * м2				
c = 1e5 # жорсткість закладення в н / м				
c1 = 1e4 # жорсткість закладення в н / м				
c2 = 2e4 # жорсткість закладення в н / м				
c3 = 2e4 # жорсткість закладення в н / м				
n = 2 # вибір компонування ділянки трубопроводу				
l1 = L1 / L # відносна довжина ділянки до закріплення				
l2 = L2 / L # відносна довжина ділянки до закріплення				
l = l1 + l2 # загальна відносна довжина				

Схема 1

def S(k,x):# функція Крилова return (cosh(k*x)+cos(k*x))/2 def T(k,x):# функція Крилова return (sinh(k*x)+sin(k*x))/2 def U(k,x):# функція Крилова return (cosh(k*x)-cos(k*x))/2 def V(k,x):# функція Крилова return (sinh(k*x)-sin(k*x))/2

Схема 2

Development of an analytical model for calculating and optimizing vibroacoustic loading of technological equipment pipelines

```
def f(k):# функції для розрахунку коефіцієнта k форми коливань
if n = 1:
return U(k,1)**2-T(k,1)*V(k,1)
 elif n==2:
 return S(k, 1)**2-T(k, 1)*V(k, 1)
 elif n = = 3
 return \ (k**3*EJ*S(k,1)-c*V(k,1))*S(k,1)-(k**3*EJ*V(k,1)-c*U(k,1))*T(k,1)
 elif n==4:
 return (k^{**}3^{*}EJ^{*}T(k,1)/c+S(k,1))^{*}V(k,1)-(k^{**}3^{*}EJ^{*}U(k,1)/c+T(k,1))^{*}U(k,1)
 elif n==5:
                                                                                V(k, 1)*(k**3*EJ/c*(k**3*EJ*T(k, 1)-c*S(k, 1))+k**3*EJ*S(k, 1)-c*V(k, 1))-(k**3*EJ*U(k, 1))-(k**3*EJ
return
c^{T}(k,1) (k**3*EJ/c*U(k,1)+T(k,1))
 elif n = -6:
a\tilde{l}=U(k,l);
a2=T(k,l);
a3=k**3*EJ*V(k,l1)-c*U(k,l1);
 b1 = V(k,l);
 b2=U(k,l)
 b3=k**3*EJ*S(k,l1)-c*V(k,l1);
d1 = V(k, l2);
 d2=U(k,l2)
 return d1*(a2*b3-a3*b2)-d2*(a1*b3-a3*b1)
 elif n = = 7:
 al=S(k,l);
a2=V(k,l);
a3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}V(k,l1) - c^{*}U(k,l1);
 b1=T(k,l);
 b2=S(k,l)
 b3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l1) - c^{*}V(k,l1);
d1 = T(k, l2);
d2=S(k,l2)
 return d1*(a2*b3-a3*b2)-d2*(a1*b3-a3*b1)
 elif n==8:
 a1=S(k,l);
 a2=k^{**}3^{*}EJ^{*}V(k,l1)-c1^{*}U(k,l1);
a3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}V(k,l) - c2^{*}U(k,l);
b1=U(k,l);
 b2=k**3*EJ*S(k,l1)-c1*V(k,l1);
b3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l)-c2^{*}V(k,l);
 d1=T(k,l2);
 d2 = k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l2) - c2^{*}V(k,l2);
return d1*(a2*b3-a3*b2)+d2*(a1*b2-a2*b1)
 elif n=9:
 a1 = V(k,l);
 a2=U(k,l);
 a3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}U(k,l1)-c2^{*}T(k,l1);
 b1 = k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}U(k,l) + T(k,l);
b2 = k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}T(k,l) + S(k,l);
b3 = (k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}T(k,l1) + S(k,l1))^{*}k^{**}3^{*}EJ-c2^{*}(k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}S(k,l1) + V(k,l1));
 d1 = T(k, l2);
 d2 = S(k, l2);
 return d1*(a2*b3-a3*b2)-d2*(a1*b3-a3*b1)
 elif n = = 10:
aI = V(k,l);
 a2=k^{**3}*EJ^{*}U(k,l1)-c2^{*}T(k,l1);
 a3=k^{**}3^{*}EJ^{*}U(k,l)-c2^{*}T(k,l);
 b1 = k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}U(k,l) + T(k,l);
 b2 = k^{**}6^{*}E^{**}2^{*}J^{**}2/c1^{*}T(k,l1) + (1-c2/c1)^{*}k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l1)-c2^{*}V(k,l1);
b3 = k^{**}6^{*}E^{**}2^{*}J^{**}2/c1^{*}T(k,l) + (1-c3/c1)^{*}k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l)-c3^{*}V(k,l);
d1=T(k,l2);
 d2 = k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l2) - c3^{*}V(k,l2);
 return d1*(a2*b3-a3*b2)+d2*(a1*b2-a2*b1)
```

Схема 3

```
def y(k,x):# функції для розрахунку форми коливань
if n = = 1:
return U(k,x)-T(k,1)*V(k,x)/U(k,1)
elif n==2.
return U(k,x)-V(k,1)*V(k,x)/S(k,1)
elif n = -3:
return U(k,x)-S(k,1)*V(k,x)/T(k,1)
elif n = = 4:
return k^{**3*EJ*S(k,x)/c-(T(k,x)/V(k,1))*(k^{**3*EJ*U(k,1)/c+T(k,1))+V(k,x)}
elif n = -5:
return k^{**3*EJ*S(k,x)/c-(T(k,x)/V(k,1))*(k^{**3*EJ*U(k,1)/c+T(k,1))+V(k,x)}
elif n = -6:
a1=U(k,l);
a3=k**3*EJ*V(k,11)-c*U(k,11);
b1 = V(k,l); b2 = U(k,l)
b3=k**3*EJ*S(k,l1)-c*V(k,l1);
d1 = V(k, l2);
if 0 < =x < =l1:
return -b3/a3*U(k,x)+V(k,x)
elif ll < x < =l:
return - b3/a3 * U(k,x) + V(k,x) - 1/d1 * (-b3/a3 * a1 + b1) * V(k,x-l1)
elif n==7:
al = S(k, l);
a2=V(k,l);
a3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}V(k,l1) - c^{*}U(k,l1);
b3 = k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l1) - c^{*}V(k,l1);
d2=S(k,l2)
if 0<=x<=l1:
return -b3/a3*U(k,x)+V(k,x)
elif l1 < x < =l:
return -b3/a3*U(k,x)+V(k,x)-1/d2*(-b3/a3*a2+a1)*V(k,x-11)
elif n = = 8:
a1=S(k,l);
a2=k**3*EJ*V(k,l1)-c1*U(k,l1);
b1=U(k,l);
b2=k^{**3}*EJ^{*S}(k,l1)-c1*V(k,l1);
d1 = T(k, l2);
if 0 \le x \le l1.
return -b2/a2*U(k,x)+V(k,x)
elif l1 < x < =l.
return -b2/a2*U(k,x)+V(k,x)-1/d1*(-b2/a2*a1+b1)*V(k,x-l1)
elif n = = 9:
al = V(k, l);
a3=k^{**}3^{*}EJ^{*}U(k,l1)-c2^{*}T(k,l1);
b1 = k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}U(k,l) + T(k,l);
b3 = (k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}T(k,l1) + S(k,l1))^{*}k^{**}3^{*}EJ-c2^{*}(k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}S(k,l1) + V(k,l1));
d1=T(k,l2);
if 0 < =x < =l1:
return -b3/a3*T(k,x)+k**3*EJ/c1*S(k,x)+V(k,x)
elif l1 < x < =l:
return - b3/a3 * T(k,x) + k * * 3 * EJ/c1 * S(k,x) + V(k,x) - 1/d1 * (b1 - a1 * b3/a3) * V(k,x - l1)
elif n = = 10:
al = V(k, l);
a2=k**3*EJ*U(k,l1)-c2*T(k,l1);
b1 = k^{**}3^{*}EJ/c1^{*}U(k,l) + T(k,l);
b2 = k^{**}6^{*}E^{**}2^{*}J^{**}2^{\prime}c1^{*}T(k,l1) + (1-c2/c1)^{*}k^{**}3^{*}EJ^{*}S(k,l1) - c2^{*}V(k,l1);
d1=T(k,l2);
if 0 \le x \le ll:
return -b2/a2*T(k,x)+k**3*EJ/c1*S(k,x)+V(k,x)
elif ll < x < =l:
return - b2/a2 *T(k,x) + k **3 *EJ/c1 *S(k,x) + V(k,x) - 1/d1 *(b1 - a1 *b2/a2) *V(k,x - l1)
```

Схема 4

Development of an analytical model for calculating and optimizing vibroacoustic loading of technological equipment pipelines

d=[]w=0

for i in range(0,4+w):# перебор k k=brentq(lambda k:f(k),0+pi*i,pi+pi*i)# числове визначення k if k==0:# виключення нульового значення k w=1 elif k!=0: p=round(k,3) if p not in d: d.append(p)

Схема 5

q = linspace(0, 1, 100)
x = [w for w in q]
for k in d:
w=round((k**2*(EJ/m)**0.5)/(2*pi*L**2),3)
z = [y(k,x) for x in q]
$plt.plot(x, z, label = 'k = \%s, f = \%s \ \Gamma \mu' \ \%(str(k), str(w)))$
plt.title('Перші три форми вигибних коливань у вісьовій лінії труби для компоновки № %s'%n)
plt.xlabel('x/L')
plt.ylabel('Y(x/L)')
plt.legend(loc='best')
plt.grid(True)plt.show()
nlt show()

Схема 6

Таблиця 2

Експериментальна перевірка точності визначення частот

Номер власної частоти	Експериментальне значення, Гц	Розраховане значення, Гц	Похибка розрахунку, %
Перша форма	66,6	67,8	1,2
Друга форма	132,1	134,3	2,2
Третя форма	284,2	290,1	5,9

ня у вигляді програмних функцій defS(k,x) з передачею в них змінних k, x (схема 2).

3. Отримуємо функції для визначення коефіцієнта форми коливань к відповідно до номерів компоновок n від 1 до 10 (схема 3).

4. Отримуємо функції для визначення форми коливань у(х) відповідно до номерами компоновок n від 1 до 10 (схема 4).

5. Знаходимо чисельні значення перших трьох коефіцієнтів форми к виключаючи при цьому його нульове значення. При цьому вирішуємо проблему області пошуку для к шляхом використання діапазону 0+рі*і, рі+рі*і (схема 5).

6. Будуємо на одному графіку усі три форми коливань з обчисленими частотами (схема 6).

З використанням розробленого програмного забезпечення визначимо форми коливань трубопроводу для випадку, коли трубопровід закріплений на двох пружних опорах щодо поперечних переміщень на кінцях. Користуючись наведеною методикою, реалізованою в розробленій програмі, отримаємо візуалізацію частоти і форми головних коливань для вказаної компоновки ділянки трубопроводу у відповідності до рівнянь розрахунку частоти та форми головних



Візуалізація перших трьох форм вигибних коливань вісьової лінії трубопроводу

Oliynyk O., Taranenko Y.

коливань (рисунок).

Експериментальна перевірка точності визначення частот проводилась з використанням ВД з циліндричним резонатором [10]. Результати порівняльного аналізу наведені в табл. 2.

Помітно, що похибка зростає зі зростанням форми, однак значення похибки визначення частоти коливання на першій формі є переконливим аргументом для використання розробленої аналітичної моделі. Для інших форм похибка в межах допустимого (5%) з урахуванням того що розрахунок не враховує тертя і вплив швидкості потоку [10].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Демпфирование параметрических колебаний трубопровода / Ишемгужин И.Е. и др. // Сетевое издание «Нефтегазовое дело». – 2011. – №. 3. – С.84-93.

Гоцуленко В.В. Самовозбуждающиеся автоколебания в вертикальных трубах, включающих элемент с распределенными параметрами, при конвективном теплоподводе // Металургія (Наукові праці ЗДІА). – Запоріжжя: РВВ ЗДІА. – 2009. – Вип.20. – С.1-6.

3. Валиев М.И., Жолобов В.В., Тарновский Е.И. К расчету напряжений стенки трубы линейной части магистрального трубопровода в области параметрического резонанса / / Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2014. – №. 4. – С.31-39.

4. Макарьянц Г.М., Прокофьев А.Б., Шахматов Е.В. Использование численных методов при моделировании собственных колебаний трубопроводных систем // Сборник трудов третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEMGmbH. – М.: Полигон-пресс. – 2003. – С.401-408.

5. Прокофьев А.Б. Расчет собственных частот и форм колебаний трубопроводов с помощью программного комплекса // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 1999. – Т.1. – №. 2. – С.23-31.

6. Рукавишников В.А., Ткаченко О.П. Численное и асимптотическое решение уравнений распространения гидроупругих колебаний в изогнутом трубопроводе // Прикладная механика и техническая физика. – 2000. – Т.41. – №. 6. – С.161-169.

7. Popkov A.Y., Kuzmichev I.K. Open Resonator with Fragment of Circular Waveguide: Model Computation and Experiment // Radio Physics and Radio Astronomy. -2012. - Vol.14. - N $_{\odot}$. 4. - P.425.

8. Leissa A.W. The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods // Journal of Sound and Vibration. -2005. -Vol.287. $- N_{\odot}$. 4-5. - C.961-978.

9. Li F.M., Kishimoto K., Huang W.H. The calculations of natural frequencies and forced vibration responses of conical shell using the Rayleigh–Ritz method // Mechanics Research Communications. -2009. - Vol.36. - No. 5. - P.595-602.

10. *Theoretical* Basis for Fused-Quartz Resonator Flow Tube Design. / Y.K. Taranenko, O.Y. Oliynyk, N.A. Minakova, O.V. Titova // Measurement Techniques. $-2018. - N_{\odot} 61 (3). - P.314-320.$

Надійшла до редакції 18.05.2019

РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКИ ТРУБОПРОВОДОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Олейник О.Ю., Тараненко Ю.К.

Статья посвящена разработке аналитической для расчета и оптимизации виброакустического нагрузки трубопроводов технологических аппаратов. Отклонение параметров геометрии трубопровода от идеальных и неоднородность материала влияют на виброакустический нагрузки технологических аппаратов. Существующие многочисленные алгоритмы расчетов частот и форм колебаний технологических трубопроводов, используемых для оценки основной частоты колебательной системы не учитывают динамические характеристики. Точность частоты колебаний определения виброакустического нагрузки зависит от выбора формы колебаний, которую иногда трудно заранее предсказать. Практические задачи требуют выполнения расчетных работ с требуемой точностью. Отсутствие точного метода расчета частот и форм колебаний трубопроводов, который бы учитывал тип крепления и расположения сопротивление, проектировщики вынуждены адаптировать существующие подходы и модели расчетов к конкретным измерительным условиям. Поэтому на практике применяют упрощенные и приближенные методы расчета. При наличии сосредоточенных масс и в случае учета рассеяния энергии в местах крепления трубопроводов алгоритмы расчета становятся более трудоемкими. В некоторых случаях возможность математической трактовки задача становится выполнимой только при условии введения в расчет некоторых упрощений. Предложенная аналитическая модель расчета частот и форм колебаний виброакустического нагрузки базируется на методе Крылова. Определение собственных форм и частот колебаний трубопровода осуществляется интеграцией исходного дифференциального уравнения свободных поперечных колебаний для различных типов закрепления кониов. Приведенные результаты программной реализации модели в программной среде Python.

Ключевые слова: виброчастотный метод контроля, частота, форма колебаний, функции Крылова.

DEVELOPMENT OF AN ANALYTICAL MODEL FOR CALCULATING AND OPTIMIZING VIBROACOUSTIC LOADING OF TECHNOLOGICAL EQUIPMENT PIPELINES

Oliynyk O., Taranenko Y.

Ukrainian State Chemical Technological University, Dnipro, Ukraine

The article is devoted to the development of analytical model for calculation and optimization of vibroacoustic load of pipelines of technological apparatuses. A deviation of pipeline geometry from the ideal one and the heterogeneity of material affect the vibroacoustic load of a technological apparatus. Numerous existing algorithms for calculating frequencies and forms of fluctuations in technological pipelines used to estimate the fundamental frequency of a vibrational system do not take into account dynamic characteristics. An accuracy of an oscillation frequency of determining the vibration acoustic load depends on the choice of the form of oscillation, which is sometimes difficult to predict in advance. Practical tasks require performing design work with a required accuracy. The lack of an accurate method for calculating frequencies and forms of fluctuations in pipelines, which would take into account a type of fastening and a location of resistance, forces designers to adapt existing approaches and models of calculations to specific measuring conditions. Therefore, in practice, simplified and approximate methods of calculation are used. In the presence of concentrated masses and in the case of energy scattering registration in places where pipelines are fastened, calculation algorithms become more labor intensive. In some cases, a possibility of mathematical interpretation of a task becomes feasible only if some simplifications are introduced. The proposed analytical model for calculation of frequencies and forms of vibroacoustic load oscillations is based on the Krylov method. The determination of eigenforms and frequencies of vibrations of a pipeline is carried out by integrating an initial differential equation of free transverse oscillations for various types of fastening of the ends. The results of the software implementation of the model in the Python software environment are shown.

Ключові слова: vibration frequency control method, frequency, waveform, Krylov function.

REFERENCES

1. Ishemgujin I. E. *Dempfirovaniye parametricheskikh kolebaniy truboprovoda* [Damping of parametric oscillations of the pipeline]. Setevoye izdaniye «Neftegazovoye delo», 2011, no. 3, pp.84-93. (in Russian).

2. Hotsulenko V. V. Samovozbuzhdayushchyesya avtokolebanyya v vertykalnykh trubakh, vklyuchayushchykh ülement s raspredelennymy parametramy, pry konvektyvnom teplopodvode, Metalurhiya [Self-excited auto-oscillations in vertical pipes, including an element with distributed parameters, with convective heat supply]. Naukovi pratsi ZDIA, 2009, vol. 20, pp.1-6. (in Russian).

3. Valiyev M. I., Zholobov V. V., Tarnovskiy Ye. I. *K* raschetu napryazheniy stenki truby lineynoy chasti magistral'nogo truboprovoda v oblasti parametricheskogo rezonansa [To the calculation of pipe wall stresses in the linear part of the main pipeline in the field of parametric resonance]. Nauka i tekhnologii truboprovodnogo transporta nefti i nefteproduktov, 2014, no. 4, pp.31-39. (in Russian).

4. Makar'yants G. M., Prokof'yev A. B., Shakhmatov Ye. V. *Ispol'zovaniye chislennykh metodov pri modelirovanii sobstven-nykh kolebaniy truboprovodnykh sistem* [Using numerical methods for modeling natural oscillations of pipeline systems]. In Sbornik trudov tret'yey konferentsii pol'zovateley programmnogo obespecheniya CAD-FEM GmbH. M.: Poligon-press, 2003, pp.401-408. (in Russian).

5. Prokof'yev A. B. Raschet sobstvennykh chastot i form kolebaniy truboprovodov s pomoshch'yu programmnogo kompleksa [Calculation of Natural Frequencies and Oscillation Types of Pipelines Using a Software Package]. Izvestiya Samarskogo nauchnogo sentra Rossiyskoy akademii nauk, 1999, vol. 1, no. 2, pp.23-31. (in Russian).

6. Rukavishnikov V. A., Tkachenko O. P. *Chislennoye i* asimptoticheskoye resheniye uravneniy rasprostraneniya gidrouprugikh kolebaniy v izognutom truboprovode [Numerical and Asymptotic Solution of the Equations of Propagation of Hydroelastic Oscillations in a Bent Pipeline]. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika, 2000, vol. 41, no. 6, pp.161-169. (in Russian).

7. Popkov A. Y., Kuzmichev I. K. Open Resonator with Fragment of Circular Waveguide: Model Computation and Experiment. Radio Physics and Radio Astronomy, 2012, vol. 14, no. 4, pp.425.

8. Leissa A. W. The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods. Journal of Sound and Vibration, 2005, vol. 287, no. 4-5, pp.961-978.

9. Li F. M., Kishimoto K., Huang W. H. The calculations of natural frequencies and forced vibration responses of conical shell using the Rayleigh–Ritz method. Mechanics Research Communications, 2009, vol. 36, no. 5, pp 595-602.

10. Taranenko Y. K., Oliynyk O. Y., Minakova N. A., Titova O. V. Theoretical Basis for Fused-Quartz Resonator Flow Tube Design. Measurement Techniques, 2018, no 61(3), pp.314-320.